**Стариковой Галины Ивановны**

**Итоговое повторение**

**9 класс**

**Тема: «Неравенства. Свойства неравенств.»**

**«Возможно всё!**

**На невозможное**

**просто требуется**

**больше времени.»**

**Тип урока: урок итогового повторения.**

**Цели урока:**

1. **Предметные:**
	* обобщение знаний по теме: «Неравенства и их свойства»;
	* формулировать и записывать с помощью букв свойства неравенств;
	* использовать свойства неравенств при решении и доказательстве неравенств.
2. **Личностные:** устойчивый познавательный интерес.
3. **Метапредметные:**
	* познавательные: строить логическую цепочку рассуждений, обобщать, делать выводы;
	* регулятивные: развивать умения выделять главное, включая постановку новых целей; адекватно самостоятельно оценивать правильность выполнения действий и вносить необходимые коррективы в исполнение, как в конце действия, так и по ходу его реализации;
	* коммуникативные: владеть устной и письменной речью; отображать в речи содержание
4. **Этапы урока**:
	* + Организационный момент (разбить на 3 группы по 6 человек и 1 группа 4 человека - знатаки) 1 мин
		+ Этап урока – Мотивационно - ориентированный. Разъяснение деятельности учащихся. 2 мин
		+ Этап обобщения и систематизации изученного материала. 35 мин
		1. Работа с теоретическим материалом.
		2. Устная работа.
		3. Работа с заданиями ГИА.
		4. Работа с заданиями на выбор правильного ответа.
		5. Сравнение чисел.
		6. Историческая справка (домашняя заготовка).
		7. Доказательство тождеств.
		+ Подведение итогов урока. 3 мин
		+ Рефлексия. Заполнение маршрутного листа. 2 мин
		+ Домашнее задание и инструктаж по его выполнению. 2 мин
5. **1 задание. Конверт № 1 с теоретическим материалом.**

 **Из предложенных фрагментов собрать «Опорный конспект» и склеить на листе А4.**

Предложенные фрагменты:

Действия с неравенствами:

1. Сложение неравенств одного знака.

 Если а ˃ b и c ˃ d, то a + c˃ b + d.

 Если а ˂ b и c ˂ d, то a + c˂ b + d.

1. Умножение неравенств одного знака.

Если а ˃ b, c ˃ d и a, b, c, d- положительные числа, то ac ˃ bd.

*Определение: выражение содержащее знаки* **˃, ˂, ≤, ≥** *называется неравенством.*

Следствие: если а ˃ b, а ˃0 и b ˃ 0, то аn ˃ bn при любом натуральном n.

Следствие: любое число можно перенести из одной части в другую, изменив знак на противоположный

1. Если а ˃ b и с ˃ 0, то ас ˃ bc и $ \frac{ а}{с} $˃$ \frac{b}{с}$;

если а ˃ b и с ˂ 0, то ас ˂ bc и $\frac{ а}{с} $˂$ \frac{b}{с}$.

Виды неравенств:

1. строгие (˂, ˃) и нестрогие (≥, ≤);
2. противоположные (˂, ˃); (≤, ≥)

Свойства:

1. Если а ˃ b , то b ˂ а.
2. Если а ˃ b, а b ˃с то а ˃ с.
3. Если а ˃ b и с- любое, то а+с ˃ b+с.

 **2 задание. Разминка. Ответ.**

 1) Сравнить числа *т* и *n,* если *т –* *n= - 0,8. т˂n*

2) Сколько целых чисел принадлежит промежутку (-2 ; 3]? 5

 3) Укажите наименьшее целое число принадлежащее промежутку (7;+∞) 8

 4) Укажите наибольшее целое число принадлежащее неравенству a≤-0,27 -1

 5) Найти сумму всех целых чисел, принадлежащих неравенству -1,127≤а<3,5. 5

 6) Найти произведение всех целых чисел, принадлежащих неравенству -0,24˂а≤134,17. 0

 7) Найти $\frac{1}{3}$ суммы целых чисел, принадлежащих неравенству -3,1˂а˂2,29 -1

 8) Из суммы целых чисел, принадлежащих неравенству -0,333≤а≤5,76 вычесть -21. 36

 9) Найти полу разность наибольшего и наименьшего целых значений неравенства -13,1˂а≤21,2. 17

 10) Найти произведение наибольшего и наименьшего целых значений неравенства -12˂а˂10,7. -110

**3 задание. Конверт №2.**

 Из предложенных заданий выбрать задания, которые можно решить используя теорию задания № 1.

* + - 1. Найдите значение выражения: 27:(3٠4,5).
			2. На рулоне обоев написано, что длина полотна обоев находится в пределах 10$\pm $0,02 м. Какую длину не может иметь полотно при этом условии?
			3. 10,01 м; 2. 10,99 м; 3. 9,98 м; 4. 10,02 м.
			4. Решите уравнение 0,25 х2-36=0.
			5. Одно из чисел $\sqrt{28}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{39}$, $\sqrt{47}$. отмечено на прямой точкой А

 5 А 6 7

* + - 1. $\sqrt{28}$ 2) $\sqrt{32}$ 3) $\sqrt{39}$ 4)$\sqrt{48}$.
1. Плата за телефон составляет 320 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 5%. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?
2. На диаграмме показан возрастной состав населения Китая. Определить по диаграмме, сколько примерно людей младше 14 лет проживает в Китае, если население Китая составляет 1,3 млрд людей.
	* + 1. около 100 млн; 2. около 260 млн; 3. около 325 млн 4. около 150 млн.

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

  **4 задание. Конверт №3. Работа с заданиями на выбор ответов.**

 1. О числах а, в, с известно, что а ˂ b ˂ с. Какое из следующих чисел положительное?

А) b – с В) а – с С) а – b D) с - а

1. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства а ˂ b?

А) а – 12 ˂ b – 12 В) а + 12 ˂ b + 12 **С)** **- 12 а ˂ - 12 b** D) а: (-12) ˃ b: (-12)

 3. На координатной прямой отмечено число **а.** Какое из следующих утверждений верно?

А) 1 - а˃0 В) а-4˃0 **С) 5-а˂0** D) а-3˂0

 4.Укажите наибольшее из чисел

А) 12 В) $\sqrt{142}$ С)$ 3\sqrt{15}$ **D)** **2**$\sqrt{37}$

 **5 задание. Сравнение чисел.**

1. Сравнить $\sqrt{101}$ + $\sqrt{102}$ и $\sqrt{99 }$ + $\sqrt{104}$

Решение

Найдём квадраты чисел

($ \sqrt{101}$ + $\sqrt{102}$)2 =101 + 2$\sqrt{101\*102}$ + 102 = 203 +$2\sqrt{10302}$

($ \sqrt{99}$ + $\sqrt{104}$)2 = 99 + 2$\sqrt{99\*104}$ + 104 = 203 +$2\sqrt{10296}$

Сравним 203 +$\sqrt{10302}$ и 203 +$\sqrt{10296}$;

Сравним числа на 203 единицы меньше 2$\sqrt{10302}$ и$ 2\sqrt{10296}$

Сравним числа в 2 раза меньше $\sqrt{10302}$ и $\sqrt{10296}$

Сравним их квадраты ($\sqrt{10302}$)2 и $(\sqrt{10296}$)2

Так как 10302˃10296, то операция обратима

Вывод: $\sqrt{101}$ + $\sqrt{102}$ ˃ $\sqrt{99 }$ + $\sqrt{104}$

1. Какое из чисел больше $\sqrt{7}$ - $\sqrt{5}$ и $\sqrt{13}$ - $\sqrt{11}$

 Решение

 Умножим и разделим каждое число на сопряженное и сравним

 (($\sqrt{7}$ - $\sqrt{5}$)٠($\sqrt{7}$ + $\sqrt{5})):(\sqrt{7}$ + $\sqrt{5}$) и (($\sqrt{13}$ -$ \sqrt{11}$)٠($\sqrt{13}$ + $11)):(\sqrt{13}$ + $\sqrt{11}$)

 Сравним 2 : ($\sqrt{7}$ + $\sqrt{5}$) и 2: ($\sqrt{13}$ + $\sqrt{11}$)

 Так как $\sqrt{7}$ + $\sqrt{5}$ ˂ $\sqrt{13}$ + $\sqrt{11}$, то операции обратимы.

 Вывод: $\sqrt{7}$ - $\sqrt{5}$ ˃ $\sqrt{13}$ - $\sqrt{11}$.

1. Сравнить числа $\sqrt{37}$ + $\sqrt{35}$ и 12.

 Решение

Найдём квадраты чисел

($ \sqrt{37}$ + $\sqrt{35}$)2 = 37 + 2$\sqrt{37\*35}$ + 35 = 72 +$2\sqrt{37\*35}$

122 =144

Сравним 72 +$2\sqrt{37\*35}$ и 144

Сравним числа на 72 единицы меньше $ 2\sqrt{37\*35}$ и 72

Сравним числа в 2 раза меньше $\sqrt{37\*35}$ и 36

Сравним их квадраты (37٠35)и (36٠36)

Сравним числа 1295 и 1296

Так как 1295 ˂ 1296, то операция обратима

Вывод: $\sqrt{37}$ + $\sqrt{35}$ ˂ 12

 **6. Историческая справка.( каждая команда представляет домашнюю заготовку)**

 **Пока знатоки готовят доказательства неравенств.**

* Задачи на доказательство равенств и неравенств возникли в глубокой древности. Для обозначения знаков равенства и неравенства использовали специальные слова или их сокращения. Более 2000 лет до н.э. было известно неравенство

$\sqrt{ав}$ ≤ $\frac{а+b}{2}$ , где а ˃ 0, b ˃ 0.

Обращается в верное равенство при а = b.

* IV век до н.э., Евклид, V книга «Начала»: если а, b, c, d – положительные числа и а – наибольшее число в пропорции

 $\frac{а}{b}$ = $\frac{c}{d}$ , то выполняется неравенство а+d = b+c.

* III век, основной труд Паппа Александрийского «Математическое собрание»:

Если a, b, c, d – положительные числа и $\frac{a}{b}$ ˃ $\frac{c}{d}$ , то выполняется неравенство ad ˃ bc.

* Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим, известное из Х книги «Начал» Евклида, является частным случаем неравенства, доказанного Огюстеном Луи Коши в 1821 году для n – чисел.

  **7. Доказательство неравенств. Знатоки работают у доски**

* $\frac{2}{\frac{1}{а}+\frac{1}{b}}$ – среднее гармоническое;
* $\sqrt{ab}$ – среднее геометрическое;
* $\frac{a+b}{2}$ - среднее арифметическое;
* $\sqrt{\frac{а2 + b2}{2}}$ – среднее квадратичное.

Доказать справедливость неравенств



Доказательство.

**Сравнение среднего арифметического и среднего геометрического**

Хорошо известно, что с двумя положительными числами *а*и *в*, связаны их среднее арифметическое $\frac{a+b}{2}$  и среднее геометрическое,причем  (равенство выполняется только при *а = в*). Алгебраическое доказательство этого неравенства:

(а – b)² ≥ 0;

Применим формулу «квадрат разности»:

а² - 2аb + b² ≥0;

Прибавим к обеим частям неравенства 4ав:

а² + 2аb + b² ≥4ав;

Применим формулу «квадрат суммы»:

(а + b)² ≥4аb;

Разделим обе части неравенства на 4:

;

Так как *а*и *в* – положительные по условию, то извлечём из обеих частей неравенства квадратный корень:



Получили искомое выражение.

**Сравнение среднего арифметического и среднего квадратичного.**

По определению неравенства если *(а – в) ≥0,*то*а ≥ в,*а если*(а – в)≤0,*то*а ≤ в.*Но для положительных *а*и *в* имеет место выражение: если (*а² - в²)≥0,*то*а ≥ в*и наоборот*.*

Для доказательства   рассмотрим разность



Значит по определению неравенства (при *а≥0; b≥0*) разность квадратов отрицательна, то есть уменьшаемое меньше

вычитаемого. Таким образом  , причём равенство достигается только при *a=b*.

**Сравнение среднего гармонического и среднего геометрического.**

Докажем, что среднее гармоническое не больше среднего геометрического, то есть . Рассмотрим разность



При условии, что *a*и*b*положительны разность квадратов , то есть уменьшаемое меньше вычитаемого.

Значит , причём равенство достигается лишь при *a=b.*

Таким образом мы доказали одно из важнейших неравенств, связанных со средними:

 

1. **Итог урока. Таблица на электронной доске (заполняли в ходе урока знатоки)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| этап урока | теория | разминка | выбор заданий | выбор ответов | сравнение | историческая | доказательство |
| команда 1 |  |  |  |  |  |  |  |
| команда 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| команда 3 |  |  |  |  |  |  |  |

1. **Рефлексия. Сбор маршрутных листов, которые заполняли учащиеся по ходу урока:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| этап урока | теория | разминка | выбор заданий | выбор ответов | сравнение | историческая | доказательство |
| понял 1 |  |  |  |  |  |  |  |
| не понял 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| понял частично 3 |  |  |  |  |  |  |  |

1. **Чтобы узнать домашнее задание необходимо найти конверт который находится в кабинете, но чтобы найти где он лежит надо выполнить задания:**
2. Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству 2а˃7. Это номер шкафа.
3. Найдите сумму всех целых чисел удовлетворяющих неравенству -2˂а˂3. Это номер полки, считая сверху.

 Пояснение к творческой части домашнего задания.

 **Домашнее задание:**

1) Определить знак числа $\frac{\sqrt{15}}{8}$ +$ \frac{\sqrt{17}}{8}$ - 1.

* 1. Варианты 2-4 задания № 2, 3, 8.
	2. Творческое задания: привести геометрическую интерпретацию «средних».
	3. Выяснить именем кого названо неравенство между средним геометрическим и средним арифметическим?